Física 2º Bachillerato **Ondas armónicas sinusoidales**

Una función que se desplaza sin variar su forma en sentido +X con velocidad constante debe venir dada por una función del tipo $\boxed{f(x,t) = f(x - v\,t)}$.
Si viajara en el sentido de -X la función sería $\boxed{f(x,t) = f(x + v\,t)}$
Estudiemos el caso particular de una onda que viaja en el eje X en sentido +X y que la función varíe sinusoidalmente (onda armónica).

$$\boxed{\Psi(x, t) = \Psi o \text{ sen}\{ k(x - v\,t) + \delta \}}$$ en la que Ψo , k y δ son constantes.

Función de onda $\Psi(x, t)$. Es la magnitud física que se propaga. (Desplazamiento longitudinal o transversal, presión, campo eléctrico, campo magnético)

Fase: Se denomina fase ϕ al término $\{ k(x - v\,t) + \delta \}$

Foco: Se denomina foco de una onda al origen de la perturbación, el punto en el que x = 0.

Amplitud máxima: Observa que Ψo es el valor de la función de ondas $\Psi(x, t)$ cuando el seno vale la unidad y representa por tanto el máximo valor que toma la función de ondas. Se le denomina amplitud máxima

Fase inicial Analicemos el sentido de δ .
En el instante inicial en que ponemos en marcha el cronómetro t = 0 la función de onda tiene por valor
$\Psi(0,0) = \Psi_o \text{ sen } \delta$
Por tanto δ tiene que ver con el valor que toma la función de ondas en el instante inicial, se la denomina fase inicial. Si el origen de tiempos es arbitrario podremos tomarla de valor 0, con lo que la función de onda en el foco en el instante inicial será cero.
Deberemos tener cuidado y tomar el mismo origen de tiempos para todas las ondas que intervengan en un mismo problema

Ondas armónicas y m.a.s .
Analicemos ahora lo que le sucede a un punto A de coordenada x_A al que llega esa onda armónica.
La función de ondas para ese punto será;
$\Psi(x_A, t) = \Psi o \text{ sen } \{ k(x_A - v\,t) + \delta \}$ donde la única variable es t.

$$\boxed{\Psi(x_A, t) = \Psi_o \text{ sen}\{-k\,v\,t + (k \cdot x_A + \delta)\}}$$

Si comparamos esta ecuación con la correspondiente a la del m.a.s. $y(t) = y_o \text{ sen } (\omega\, t + \phi_0)$ notamos que la función de onda en ese punto varía igual que la posición de una partícula que describe un movimiento armónico simple siendo
$- k\,v = \omega$ y $\phi_0 = k\,x_o + \delta$
Ahora bien la función de onda no está en fase en todos los puntos pues el término $(k\,x_A + \delta)$ depende del punto y variará al cambiar x_A por otro punto de coordenada distinta.

Conclusión: Todos los puntos a los que llega una onda armónico la magnitud física varía siguiendo la ecuación del m.a.s. desfasada de unos puntos con otros.

Período de una onda armónica: Analicemos ahora qué sucede en el punto A en dos instantes distintos. Si en un instante t_1 la función de onda en un punto toma un cierto valor, un cierto tiempo después, cuando el cronómetro marque t_2 la función de onda tendrá el mismo valor que en t_1 por ser una ecuación sinusoidal. $\boxed{\Psi (x_A , t_1) = \Psi_o \text{ sen}\{-k v t_1 + (k \cdot x_A + \delta)\}}$

$$\boxed{\Psi (x_A , t_2) = \Psi_o \text{ sen}\{-k v t_2 + (k \cdot x_A + \delta)\}}$$

Por tanto si $\Psi (x_A , t_1) = \Psi (x_A , t_2)$ resultará que sen Φ_1 = sen Φ_2

sen $\{-k v t_1 + (k \cdot x_A + \delta)\}$= sen $\{-k v t_2 + (k \cdot x_A + \delta)\}$ lo que implica

$\boxed{\{-k v t_2 + (k \cdot x_A + \delta)\} - \{-k v t_1 + (k \cdot x_A + \delta)\}= n\cdot 2\pi}$ siendo n un nº entero

Llamamos período de una onda al menor tiempo necesario para que la onda tome el mismo valor, se representa con T.

Despejando la ecuación anterior cuando n = 1, $(t_2 - t_1) = T$ n = 1 nos queda

$k v \cdot T = 1\cdot 2 \pi$ O bien $\boxed{T = 2 \pi /}$

Frecuencia: Definimos la frecuencia de una onda a la inversa del período, es decir el número de oscilaciones que efectúa un punto por unidad de tiempo.

Pulsación: se denomina pulsación, ω al producto de la frecuencia por 2π.

$\omega= 2\pi\cdot f = 2\pi / T = k \cdot v$

Número de ondas*:* A la constante k se la denomina número de ondas y su valor está relacionado con el período de la onda de la forma $\boxed{k =2 \pi / v T}$

Longitud de onda: (Período espacial)

Analicemos ahora qué sucede en dos puntos distintos x_A y x_B en un mismo instante de tiempo t_o .Las funciones de onda en ambos serán:

$\Psi (x_A , t) = \Psi_o \text{ sen}\{ k (x_A - v t_o) + \delta \}$

$\Psi (x_B , t) = \Psi_o \text{ sen} \{ k (x_B - v t_o) + \delta \}$

Observa que existirán puntos en los que en un instante dado la función de onda tome el mismo valor. Dos puntos que en cualquier instante, la función de onda toma el mismo valor se dice que se encuentran en fase. Se define longitud de onda de una onda y la representamos por λ a la mínima distancia entre dos puntos que siempre se encuentran en fase.

La situación se dará cuando la diferencia de fase de los puntos A y B sea un número entero de veces 2π.

$$\text{sen}\{ k (x_A - v t_o) + \delta \}= \text{sen} \{ k (x_B - v t_o) + \delta \} = n\cdot 2 \pi$$

$$\{ k (x_B - v t_o) + \delta \} - \{ k (x_A - v t_o) + \delta \} = n\cdot 2 \pi$$

Despejando $k \cdot x_B - k \cdot x_A = n \cdot 2\pi$

La mínima distancia entre A y B para que se encuentren en fase se dará cuando n = 1 y esa distancia es la definida como longitud de onda $k \cdot \lambda = 2 \cdot \pi$ o bien $\boxed{k = 2 \cdot \pi / \lambda}$ Despejando $\boxed{\lambda = 2 \cdot \pi / k}$

Si combinamos las dos ecuaciones donde nos apareció k en función del período y la longitud de onda nos queda $2\pi / vT = 2 \cdot \pi / \lambda$ con lo que resulta $\boxed{\lambda = v \cdot T}$

Expresión que nos relaciona la longitud de onda con el período o frecuencia y la velocidad de propagación de la onda.

En un período mientras un punto cualquiera realiza una oscilación completa, la onda ha avanzado una longitud de onda.

Es conveniente escribir la ecuación de una onda armónica en función del período y longitud de onda de la misma. Utilizando los resultados obtenidos en los apartados anteriores nos queda:

$$\boxed{\Psi(x,t) = \Psi_0 \cdot sen\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \mp \frac{t}{T}\right) + \delta\right]}$$

Ecuación de la onda armónica que viaja en el eje x en sentido positivo signo - , y si viaja en sentido negativo signo + siendo:

$\boxed{T = 2\pi /}$ $\boxed{T = 2\pi / \omega}$ $\boxed{f = 1/T}$ $\boxed{\lambda = 2 \cdot \pi / k}$ $\boxed{\lambda = v \cdot T}$

Conclusión: Las ondas armónicas son doblemente periódicas, en el tiempo y en el espacio, pues se repiten a intervalos regulares de tiempo (período) y de posición (longitud de onda) estando ambas magnitudes relacionadas entre sí.

El período y la frecuencia de una onda dependerán de la frecuencia de la perturbación en el foco, mientras que la velocidad de propagación y consecuentemente la longitud de onda dependerán de la clase de onda y de la naturaleza del medio.

La ecuación de una onda armónica puede escribirse asimismo utilizando la función coseno, dado que es la misma función que la seno distinto origen con lo que la fase inicial será diferente.

$$\boxed{\Psi(x,t) = \Psi_0 \cdot \cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \mp \frac{t}{T}\right) + \beta\right]}$$

Aplicación a ondas mecánicas transversales:

Para éstas ondas $\Psi(x, t)$ será el desplazamiento transversal que experimentan las partículas del medio cuando llega la perturbación será por tanto $y(x, t)$ siendo y el desplazamiento transversal de la partícula.

La ecuación quedará: $y(x, t) = y_0 \text{ sen } \{ 2\pi (x / \lambda + t / T) + \delta \}$ y las partículas describirán un m.a.s. siendo $dy/dt = v_y$ la velocidad de cada partícula en función del tiempo

$$v_y = y_0 \, 2\pi / T \cos \{ 2\pi (x / \lambda + t / T) + \delta \}$$

Derivando nuevamente obtendríamos la aceleración transversal de cada partícula

$$a_y = dv_y/dt = y_0 (2\pi / T)^2 \text{ sen } \{ 2\pi (x / \lambda + t / T) + \delta \}$$

Análogamente sucedería para ondas mecánicas longitudinales si bien las velocidades y aceleraciones de las partículas del medio transmisor tendrían la misma dirección que la de la propagación de las ondas.