

Problemas resueltos de movimiento armónico

5. Una partícula de masa 35kg se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal sin rozamiento sujeta por un muelle de masa despreciable y constante $K = 400\text{N/m}$. Otra partícula de 5kg se movía sobre la superficie a 12m/s cuando impactó con ella quedando unidas tras el choque. Calcula:

a- La máxima compresión que experimentará el muelle.

b- El período y la frecuencia de la vibración a la que se ven sometido el sistema.

c- Las ecuaciones de la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo si contamos a partir del momento del impacto.

a. En primer lugar analicemos el choque.

Para el conjunto de partículas se conserva el momento lineal.

$$\sum \vec{F}_{\text{choque}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow m \cdot v_0 + 0 = (m + m') \cdot v$$

$$v = \frac{m \cdot v_0}{m + m'} = \frac{5 \cdot 12}{5 + 35} = 1,5\text{m/s}$$

La energía que tiene el conjunto después de chocar es cinética de valor

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot (m + m') \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 1,5^2 = 45\text{J}$$

Dado que a partir de este momento se va a mover sometido a la fuerza elástica conservativa y que el peso y la normal no realizan trabajo por ser perpendiculares al desplazamiento, se conserva la energía mecánica y la cinética va transformándose en potencial elástica, hasta detenerse.

Por tanto

$$W_{f.n.c.} = \Delta E = 0 \Rightarrow E = \text{cte.}$$

$$\frac{1}{2} \cdot (m + m') \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x_{\text{max}}^2 \quad x_{\text{max}} = \sqrt{\frac{45 \cdot 2}{400}} = 0,47\text{m}$$

b. Utilizando la relación entre la constante elástica y la pulsación

$$K = m \cdot \omega^2 = m \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{10}\text{s}^{-1}$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{40}{400}} = 1,98\text{s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,98} = 0,50\text{Hz}$$

$$x = A \cdot \text{sen} \omega \cdot t$$

c. Por tanto las ecuaciones de la posición, velocidad y aceleración del m.a.s son:

$$x = 0,47 \cdot \text{sen} \sqrt{10} \cdot t \text{ m}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 0,47 \cdot \sqrt{10} \cdot \cos \sqrt{10} \cdot t \text{ m/s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -4,7 \cdot \text{sen} \sqrt{10} \cdot t \text{ m/s}^2$$