

Física 2º Bachillerato

Ondas armónicas

6. Disponemos de una cuerda de guitarra de 80cm de longitud y de densidad de masa $\sigma = 5\text{g/m}$ sujeta por ambos extremos a la que podremos someter a distintas tensiones T colgando masas de un extremo de la misma.

a. Queremos determinar la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda pero no recordamos cuál de las dos expresiones siguientes es la correcta.

$$v = \sqrt{\frac{T}{\sigma}} \quad v = \sqrt{\frac{\sigma}{T}}$$

Razonadamente determina cuál puede ser la correcta.

b. Si de un extremo colgamos un cuerpo de 20kp calcula la velocidad de propagación.

c. Determina la frecuencia fundamental de la cuerda en esas condiciones y sus dos primeros armónicos.

d. Si quisiéramos dar una nota 1/8 superior a la anterior, ¿a qué tensión deberíamos someter a la cuerda?

e. Determina la longitud de la cuerda para dar la nota del apartado anterior si la tensión es de 20kp.

a. Para determinar cuál de ellas puede ser y cual seguro que no es haremos un análisis dimensional de las mismas.

$$\left[\sqrt{\frac{T}{\sigma}} \right] = \left[\sqrt{\frac{F}{\frac{M}{L}}} \right] = \sqrt{\frac{M \cdot L \cdot T^{-2}}{M \cdot L^{-1}}} = \sqrt{L^2 \cdot T^{-2}} = L \cdot T^{-1}$$

Observa que la primera tiene dimensiones de velocidad, no así la segunda luego esta última no puede ser en ningún caso.

$$\left[\sqrt{\frac{\sigma}{T}} \right] = \left[\sqrt{\frac{\frac{M}{L}}{F}} \right] = \sqrt{\frac{M \cdot L^{-1}}{M \cdot L \cdot T^{-2}}} = L^{-1} \cdot T$$

b.

$$v = \sqrt{\frac{T}{\sigma}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 9,8}{5 \cdot 10^{-3}}} = 198 \text{ m/s}$$

c. La frecuencia fundamental se corresponde con la onda estacionaria que puede establecerse en la cuerda de la mayor longitud de onda posible.

Como los extremos están fijos, en ellos hay

sendos nudos por lo que $L = \frac{\lambda}{2}$

$$\lambda = v \cdot T = v \cdot \frac{1}{f} \quad f = v / \lambda \quad f_0 = \frac{v}{L/2} = \frac{2 \cdot v}{L}$$

por tanto

Lo que aplicado a nuestro caso resulta

$$f_0 = \frac{2 \cdot 198}{0,8} = 495 \text{ Hz}$$

y los dos primeros armónicos tendrán por frecuencia doble y triple, pues son los que caben en la cuerda $n \cdot f_0$

d. Para esta nueva frecuencia la tensión a someter a la cuerda será

$$f' = f_0 + 1/8 \cdot f_0 = 9/8 \cdot f_0 = 557 \text{ Hz}$$

$$T' = v^2 \cdot \sigma \quad v = \frac{L \cdot f}{2}$$

$$T' = \frac{L^2 \cdot f^2}{4} \cdot \sigma = \frac{0,8^2 \cdot 557^2}{4} \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 248,2 \text{ N}$$

e. Si queremos dar una nota de frecuencia fundamental 557Hz sin variar la tensión inicial deberemos modificar la longitud de la cuerda y su valor será.

$$L' = \frac{2 \cdot v}{f} = \frac{2 \cdot 198}{557} = 0,711m = 71,1cm$$