

6. El ^{24}Na es un isótopo radioactivo que por desintegración β se transforma en ^{24}Mg siendo el período de semi desintegración de 15h, liberándose en el proceso energía en forma de radiación electromagnética.

Si inicialmente tenemos una muestra de 1 mol de ^{24}Na , determina:

- La actividad radiactiva en el instante inicial y transcurridas 48h.
- El número de partículas radiactivas que nos quedarían transcurridas 48h.
- Escribe la ecuación nuclear.
- Si la masa del ^{24}Na es 23,991u, la del ^{24}Mg 23,985u y despreciable la de la partícula β justifica la liberación de energía en el proceso y calcula la energía liberada en J/núclido transformado.
- Calcula la frecuencia del fotón emergente.
- Calcula la potencia inicial que podríamos obtener con un rendimiento del 70%.

a,b. Para el cálculo de la actividad radiactiva en ambos instantes debemos calcular en primer lugar el valor de la constante radiactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad A = -\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = \lambda \cdot N$$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T} \quad \ln 2 = \lambda \cdot T \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{\ln 2}{15 \cdot 3600} = 1,28 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$A = \lambda \cdot N = 1,28 \cdot 10^{-5} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 7,7 \cdot 10^{18} \text{ Bq}$$

Transcurridas 48h

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot e^{-1,28 \cdot 10^{-5} \cdot 48 \cdot 3600} = 6,6 \cdot 10^{22} \text{ part.}$$

$$A = 1,28 \cdot 10^{-5} \cdot 6,6 \cdot 10^{22} = 8,45 \cdot 10^{17} \text{ Bq}$$

c. La ecuación correspondiente a la reacción nuclear es $^{24}_{11}\text{Na} \rightarrow ^{24}_{12}\text{Mg} + ^0_{-1}\beta + ^0_0\gamma$

d. Calculemos la pérdida de masa en el proceso y hagamos una estimación del error que supone no contabilizar la masa de la partícula beta.

$$\Delta m = (m_{\text{Mg}} + m_{\beta}) - m_{\text{Na}} \approx m_{\text{Mg}} - m_{\text{Na}} = 23,985 - 23,991 = -0,006 \text{ u} = -6 \cdot 10^{-3} \text{ u}$$

$$m_{\beta} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23} \text{ u}}{1 \text{ g}} = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ u}$$

La aproximación es algo grosera pues la masa de la misma es del orden de un 10% de la variación de masa en el proceso.

Si en cualquier caso no tenemos en cuenta la masa de la partícula beta, la energía liberada es

$$6 \cdot 10^{-3} u \equiv 6 \cdot 10^{-3} u \cdot \frac{931 \text{ MeV}}{1 u} = 5,59 \text{ MeV} / \text{nuc.}$$

$$5,59 \text{ MeV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} \cdot \frac{10^6 \text{ J}}{1 \text{ MJ}} = 8,9 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

De haber contabilizado la masa de la partícula beta la energía sería un 10% inferior.

e. La frecuencia del fotón emergente

$$E = h \cdot f \quad f = \frac{8,9 \cdot 10^{-13}}{6,6 \cdot 10^{-34}} = 1,36 \cdot 10^{21} \text{ Hz}$$

f. Y la potencia inicial que podríamos obtener

$$P = \frac{E}{t} = 7,7 \cdot 10^{18} \frac{\text{part}}{\text{s}} \cdot 5,59 \frac{\text{MeV}}{\text{part}} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{1 \text{ MeV}} \cdot 70\% = 48,2 \cdot 10^5 \text{ W}$$

$$P = 4,82 \text{ MW}$$