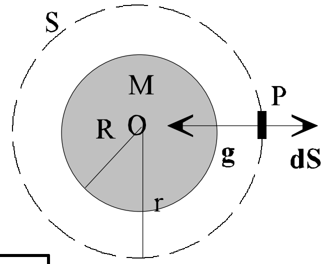
Física 2º Bachillerato **Aplicación del Teorema de Gauss**

Determinación del campo gravitatorio creado por una masa M distribuida homogéneamente sobre una esfera de radio R.
a- En puntos exteriores a la esfera.
b- En puntos interiores a la esfera



a- Puntos exteriores a la esfera. $r > R$

Para calcular el campo en un punto P exterior a la esfera situado a una distancia r del centro de la misma, $r > R$ observemos que podemos tomar una superficie cerrada esférica de radio r en la que por razones de simetría el campo gravitatorio será radial y el módulo tendrá el mismo valor en todos los puntos de la superficie S.

$$\boxed{\oint_S \vec{g}\cdot d\vec{S} = 4\cdot\pi\cdot G\cdot\sum m_{dentro}}$$

Esta superficie (gausiana) la utilizaremos para calcular el valor del módulo de **g**.
Partimos del teorema de Gauss

Resolvamos el primer miembro de la igualdad

$$\oint_S \vec{g}\cdot d\vec{S} = \oint_S g\cdot\cos\varphi\cdot dS = \oint_S g\cdot 1\cdot dS = g\cdot\oint_S dS = g\cdot S = g\cdot 4\cdot\pi\cdot r^2$$

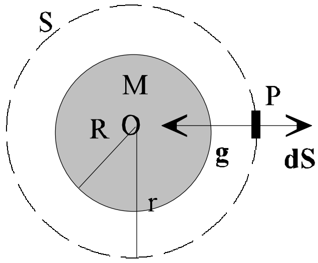
Como dentro de la superficie cerrada si $r > R$ la masa es M el segundo miembro nos queda

$$4\cdot\pi\cdot G\cdot\sum m_{dentro} = 4\cdot\pi\cdot G\cdot M$$

Por tanto $g\cdot 4\,\pi\cdot r^2 = 4\,\pi\cdot M$ que despejando resulta $\boxed{g = G\cdot\frac{M}{r^2}}$ Si $r > R$

Conclusión: El campo creado por una distribución de masa homogénea esférica en puntos exteriores a la misma tiene el mismo valor que si la masa M fuera puntual y estuviera colocada en el centro.
(Newton ya supuso que los efectos gravitatorios de los planetas serían los mismos si la masa estuviera concentrada en el centro).

b- Puntos interiores a la esfera $r < R$



Para calcular el campo en un punto P interior a la masa, situado a una distancia r del centro de la misma $r < R$ observemos que podemos tomar una superficie cerrada esférica de radio $r < R$ en la que por razones de simetría el campo gravitatorio será radial y el módulo tendrá el mismo valor en todos los puntos.
Esta superficie (gausiana) la utilizaremos para calcular el valor de **g**.
El esquema sería semejante al representado en el apartado anterior con la gausiana S dentro de la masa M.

Todos los cálculos y reflexiones del apartado -a- son válidos salvo que la masa dentro no es toda la masa de la esfera sino una parte de la misma.

$$g = G \cdot \frac{m_{dentro}}{r^2}$$

Como la esfera es homogénea la relación masa/volumen es constante.

$$\frac{M}{V} = \frac{m_{dentro}}{V_{dentro}}$$

$$\frac{M}{\frac{4}{3}\pi \cdot R^3} = \frac{m_{dentro}}{\frac{4}{3}\pi \cdot r^3}$$

Si sustituimos el valor de la masa de dentro resulta

$$\boxed{g = G \cdot \frac{M}{R^3} \cdot r}$$ Si r < R

Que es el valor del campo gravitatorio creado por una distribución esférica homogénea de masa en puntos interiores a la misma r < R.
Observa que cuando r = R ambas expresiones coinciden.

El campo gravitatorio dentro aumenta linealmente con r y fuera disminuye con r^2.

Ejercicio: Haz la representación de la función g = f(r)