

Mecánica 2º Bachillerato

El péndulo físico

Un péndulo físico es un sistema como el representado formado por un sólido rígido de masa m que oscila alrededor de un eje, perpendicular al papel, que pasa por un punto O ubicado a una distancia d del centro de masas del sólido.

El eje lo modelizaremos suponiendo que sólo puede ejercer fuerzas y no momentos.

Vamos a analizar el movimiento que sigue el sólido al desplazarlo un ángulo Φ de su posición de equilibrio.

Aplicaremos la ecuación de la dinámica de la rotación calculando momentos con respecto al punto O de las fuerzas que actúan sobre el mismo.

$$\sum \vec{M} = I \cdot \vec{\alpha}$$

Siendo I el momento de inercia del sólido con respecto al eje perpendicular al papel que pasa por el punto O .

Como sólo crea momento la fuerza peso y el momento sólo tiene componente en la perpendicular al papel resulta

$$m \cdot g \cdot d \cdot \sin\varphi = I \cdot \alpha = I \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Para ángulos no excesivamente grandes podemos utilizar la aproximación $\sin\varphi \approx \varphi$ y como el momento tiene sentido contrario al ángulo girado nos queda

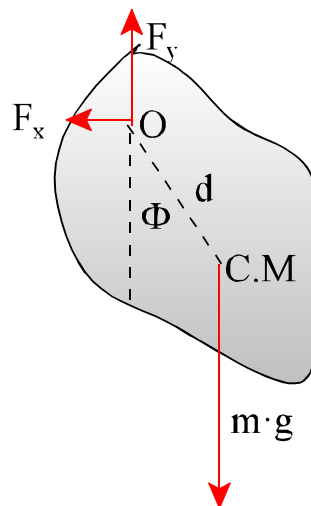
$$-m \cdot g \cdot d \cdot \varphi = I \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Que reordenando resulta

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{m \cdot g \cdot d}{I} \cdot \varphi = 0$$

Esta ecuación es formalmente idéntica a la ecuación del m.a.s.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m} \cdot x = 0 \quad \text{Cuya solución es } x = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \delta) \quad \text{siendo } \omega^2 = \frac{K}{m} = \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2$$



Conclusión

Un péndulo físico, para amplitudes no muy grandes, oscila describiendo un movimiento armónico simple siendo

$$\omega^2 = \frac{m \cdot g \cdot d}{I} = \left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \right)^2$$

Despejando el período resulta

$$T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot d}}$$

El péndulo simple

El péndulo simple es un caso particular de péndulo físico que suponemos formado por una masa puntual, sujeta por un hilo sin masa de longitud L por lo que el momento de inercia de la misma con respecto al punto de suspensión será

$$I = m \cdot L^2$$

Al sustituir en la ecuación del péndulo físico nos queda

$$T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

