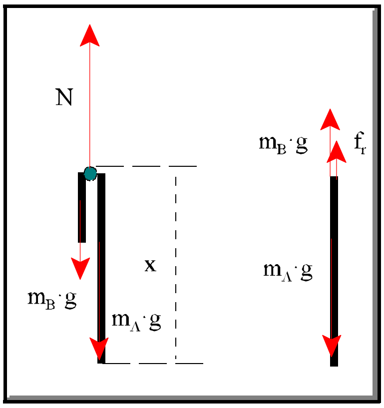
Mecánica 2º Bachillerato ***Problemas resueltos de Estática del sólido rígido***

35. *Todos hemos colgado alguna vez una toalla u objeto similar de una cuerda y hemos pretendido que no caiga sin necesidad de sujeción por medio de pinzas u otro mecanismo y hemos comprobado que podemos dejarla en equilibrio aunque no caiga la misma longitud por ambos lados, pero sin pasarse. Analiza, considerando la cuerda puntual, qué relación debe darse entre la máxima fracción de toalla que cuelga por un lado y el coeficiente de rozamiento necesario de la misma con la cuerda para que la toalla permanezca en equilibrio.*

Modelización
Supongamos la cuerda lo suficientemente fina para poder considerarla puntual y colguemos de ella una toalla de masa m y longitud L que supondremos homogénea.
Por tanto m·g/L será el peso por unidad de longitud
La toalla permanece en equilibrio con un tramo de longitud x cayendo por un lado y (L-x) por el otro cuyos pesos serán respectivamente:

$$m_A \cdot g = \frac{m \cdot g}{L} \cdot x \qquad m_B \cdot g = \frac{m \cdot g}{L} \cdot (L - x)$$



La fuerza normal de la cuerda N debe ser igual al peso de la toalla para que se mantenga en equilibrio por lo que m· g - N = 0
Como sistema objeto de estudio consideraremos el trozo de toalla mayor que está sometida a la influencia de la tierra, la del otro trozo y la de la cuerda. Ver diagrama de sólido libre
El otro trozo tiende a impedirle que caiga por lo que dibujo la fuerza peso hacia arriba y la cuerda debe hacer fuerzas que se lo impidan porque en caso contrario sólo permanecería en equilibrio si ambos trozos fueran iguales. La fuerza de contacto que le impide deslizar es una fuerza de rozamiento estático.
Aplicando las condiciones de equilibrio (Suma de fuerzas verticales igual a cero) al trozo que cuelga en el caso límite en que fr = μ·N resulta

$$\frac{m \cdot g}{L} \cdot x - \frac{m \cdot g}{L} \cdot (L - x) - f_r = 0$$

$$\frac{m \cdot g}{L} \cdot x - \frac{m \cdot g}{L} \cdot (L - x) - \mu_s \cdot N = 0$$

$$\frac{m \cdot g}{L} \cdot x - \frac{m \cdot g}{L} \cdot (L - x) - \mu_s \cdot m \cdot g = 0$$

Simplificando y despejando resulta

$$\boxed{\mu_s = \frac{2 \cdot x}{L} - 1}$$

Resultado que nos permite determinar el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que el sistema se mantenga en equilibrio en función de la máxima fracción que puede colgar por un lado.
Observa que si cuelga mitad y mitad x = L/2 y 2 x/L = 1 y no hace falta rozamiento.
Si el sistema permitiera colgar hasta un máximo del 90% por un lado el coeficiente de rozamiento necesario sería μ = 2·0,9 -1 = 0,8