

Mecánica 2º Bachillerato

Problemas de Cinemática

Una partícula se mueve sobre una recta siendo su aceleración $a = 6 \cdot \sqrt[3]{x}$ S.I.

Escribe las ecuaciones de la posición de la partícula y su velocidad en función del tiempo sabiendo que cuando $t = 2\text{s}$ $x = 27\text{m}$ $v = 27\text{m/s}$.

Determina la posición, rapidez y aceleración para $t = 4\text{s}$

En la resolución de este ejercicio aplicaremos la relación entre posición, velocidad y aceleración en un movimiento rectilíneo y las reglas de derivación e integración para conseguir alcanzar unas ecuaciones diferenciales con variables separadas.

$$\begin{aligned}
 a &= 6 \cdot x^{1/3} & a &= \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \cdot \frac{dv}{dx} \\
 t=2 \quad x=27 \quad v=27 & & v \cdot \frac{dv}{dx} &= 6 \cdot x^{1/3} \Rightarrow \int v \cdot dv = \int 6 x^{1/3} dx \\
 & & \frac{v^2}{2} &= 6 \frac{x^{4/3}}{4/3} + C \\
 \frac{27^2}{2} &= 6 \frac{27^{4/3}}{4/3} + C \Rightarrow C = 0 & & v^2 = 9 \cdot x^{4/3} \\
 v &= \frac{dx}{dt} & \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 &= 9 \cdot x^{4/3} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = 3 \cdot x^{2/3} \Rightarrow \int x^{-2/3} dx = \int 3 \cdot dt \\
 & & \frac{x^{1/3}}{1/3} &= 3t + C \\
 3 \cdot x^{1/3} &= 3t + C & 3 \cdot x^{1/3} &= 3t + C \\
 3 \cdot 27^{1/3} &= 3 \cdot 2 + C \Rightarrow C = 3 & 3 \cdot 27^{1/3} &= 3 \cdot 2 + C \Rightarrow C = 3 \\
 3 \cdot x^{1/3} &= 3 \cdot t + 3 \Rightarrow x^{1/3} = t + 1 & & \\
 \boxed{x = (t+1)^3} & & & \\
 v &= 3(t+1)^2 & & \\
 t=4 & & x &= (4+1)^3 = 125 \text{ m} \\
 & & v &= 75 \text{ m/s} \\
 & & a &= 6\sqrt[3]{125} = 30 \text{ m/s}^2
 \end{aligned}$$

Se corresponde a un movimiento en que la posición tiempo viene dada por una ecuación de tercer grado en t .

$$x = (t+1)^3 \text{ m}$$