

## Física 2º Bachillerato

## Teoría de campos

- **Campos: Concepto. Clases y representación.**
- **Circulación de un campo vectorial.**
- **Campos conservativos**
- **Campos Newtonianos**
- **Diferencia de potencial. Potencial**
- **Campos vectoriales que derivan de una función potencial: Gradiente.**
- **Flujo de un campo vectorial a través de una superficie**
- **Relación entre las líneas de campo y las superficies equipotenciales**

Campos: Concepto y representación

Un campo es una zona del espacio en la que a cada punto le asignamos el valor que toma una magnitud física en ese punto. Se denominan campos escalares o campos vectoriales según lo sea la magnitud asociada.

Los campos escalares se representan por medio de isolíneas que son líneas que unen puntos en que la magnitud física toma el mismo valor. ( Isobaras, isotermas, curvas de nivel...)

Los campos vectoriales se representan mediante líneas de campo, también llamadas líneas de fuerza, que son tangentes en todos los puntos al vector campo. En las líneas se indica con una flecha el sentido del campo y se representan más o menos juntas en función del valor del módulo del campo.

La noción de campo permite evitar las fuerzas a distancia.

Circulación de un campo vectorial

Dado un campo vectorial que representaremos por  $\mathbf{A}$  y dos puntos tan próximos como queramos de modo que  $d\mathbf{l}$  es el vector desplazamiento entre ambos definimos circulación elemental entre esos dos puntos al producto escalar del campo  $\mathbf{A}$  por el vector desplazamiento  $d\mathbf{l}$ .

$$dC = \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = A_x \cdot dx + A_y \cdot dy + A_z \cdot dz$$

Dados dos puntos cualesquiera 1 y 2 definimos circulación de un campo vectorial entre ambos puntos a lo largo de una trayectoria L, a la suma de todas las circulaciones elementales desde 1 hasta 2 a lo largo de la trayectoria L.

(Nota que si el campo vectorial es un campo de fuerzas la definición es análoga a la del trabajo realizado por una fuerza entre dos puntos a lo largo de una trayectoria)

$$C_L = \int_L \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \int_L A_x \cdot dx + \int_L A_y \cdot dy + \int_L A_z \cdot dz$$

**Circulación de un campo vectorial**Campos conservativos

Diremos que un campo vectorial es conservativo cuando la circulación del mismo entre dos puntos cualesquiera no depende de la trayectoria seguida y sólo depende de los puntos inicial y final.

Esta definición de campo conservativo es equivalente a decir:

La circulación de un campo conservativo a lo largo de una trayectoria cerrada cualquiera, ciclo, es cero.

$$C_{\text{ciclo}} = \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

**Campo conservativo**

Campos Newtonianos

Son campos vectoriales centrales, el vector campo apunta hacia un punto denominado origen del campo siendo el módulo del mismo inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a ese punto.

El campo gravitatorio creado por una masa puntual lo es y también el electrostático.

$$\mathbf{A} = c/r^2 \cdot \mathbf{u}_r \quad \text{Campo Newtoniano}$$

Es fácil demostrar que los campos Newtonianos son conservativos.

Diferencia de potencial. Potencial

Dado un campo vectorial conservativo llamamos diferencia de potencial entre dos puntos 1 y 2 de ese campo a la circulación del campo entre ambos puntos cambiada de signo.

Entre dos puntos muy próximos

$$dV = - dC = - \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

$$dV = - \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \quad \text{Diferencia de potencial}$$

Entre dos puntos cualesquiera

$$V_2 - V_1 = \int dV = - \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = F(x,y,z)_2 - F(x,y,z)_1$$

$$V_2 - V_1 = - \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

Potencial de un punto

Llamamos potencial de un punto de un campo conservativo a la diferencia de potencial entre ese punto y uno que tomamos como referencia de potencial cero.

$$V = \int dV = - \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = F(x,y,z) + cte$$

Observa que a un campo vectorial conservativo le hemos asignado un campo escalar de potenciales.

Ya hicimos algo semejante con las fuerzas conservativas.

A una fuerza conservativa le asignamos una función energía potencial.

\* Campos vectoriales que derivan de una función potencial: Gradiente de potencial.

A partir de la definición de ddp entre dos puntos muy próximos

$$dV = - \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = -(A_x \cdot dx + A_y \cdot dy + A_z \cdot dz)$$

Si consideramos dos puntos muy próximos para los que el desplazamiento sólo tenga componente x, o sea que  $dy = dz = 0$  tenemos

$$(dV)_{y,z \text{ cte}} = - A_x dx$$

Despejando  $A_x = - (dV/dx)_{y,z \text{ cte}}$

Este resultado se escribe  $A_x = -(\delta V/\delta x)$  y se lee derivada parcial de V con x para y, z constantes.

O sea  $A_x$  es el cambio que experimenta el potencial por unidad de longitud en la dirección x y de signo contrario.

Del mismo modo si hubiéramos considerado desplazamientos elementales sobre los ejes y, z obtendríamos las otras dos componentes del vector campo asociado a la función potencial V.

$$A_x = - (\delta V/\delta x)_{y,z \text{ cte}}$$

$$A_y = - (\delta V/\delta y)_{x,z \text{ cte}}$$

$$A_z = - (\delta V/\delta z)_{y,x \text{ cte}}$$

Resultado que se escribe

$$\mathbf{A} = - \text{grad } V \quad \text{y se lee gradiente de potencial.}$$

Un campo conservativo es un campo que deriva de una función potencial.

Flujo de un campo vectorial a través de una superficie:

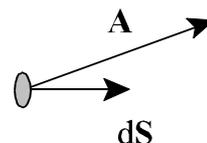
Definimos flujo de un campo vectorial **A** a través de una superficie elemental **dS** al producto escalar del vector campo por el vector superficie **dS**.

Siendo **dS** un vector de módulo el valor de la superficie **dS**, dirección perpendicular a la misma y sentido arbitrario.

$$\boxed{d\Phi = \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}}$$
 Flujo elemental

Definimos flujo de un campo vectorial a través de una superficie cualquiera **S**, a la suma de los flujos que atraviesan todas las superficies elementales en que podemos dividir nuestra superficie **S**.

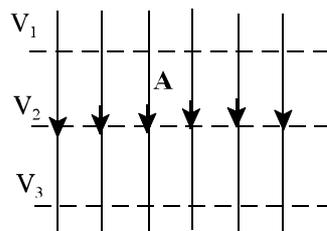
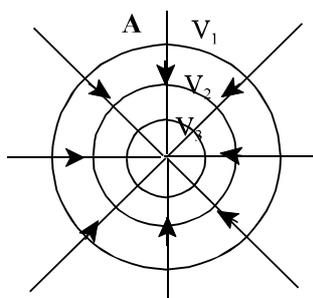
(Nota: El criterio de asignación de sentido a los vectores **dS** debe ser el mismo para todos ellos)



$$\boxed{\Phi = \int d\Phi = \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}}$$
 Φ οφ δε υν χαμ πο πεχτοριολ

Para calcular el flujo de un campo vectorial a través de una superficie deberemos resolver la integral anterior. El caso más simple será aquel en que el campo vectorial es constante.

Observa que dada una superficie el flujo es máximo cuando el vector superficie y el campo tienen la misma dirección y es nulo si ambos vectores son perpendiculares.



Relación entre las líneas de campo de un campo conservativo y las superficies equipotenciales.

Se denomina superficie o línea equipotencial al conjunto de puntos de un campo conservativo que se encuentran al mismo potencial.

Como consecuencia de la definición de diferencia de potencial  $dV = - \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$

Resulta:

a. Que las líneas de fuerza o campo deben ser perpendiculares a las superficies equipotenciales.

Si dos puntos están al mismo potencial  $dV=0$  y para ello es necesario que los vectores **A** y **dl** sean perpendiculares.

b- Las líneas de campo apuntan en el sentido de los potenciales decrecientes.

Si tomamos dos puntos muy próximos en una línea de campo si **A** tiene el mismo sentido de **dl** el coseno del ángulo es +1 y por tanto  $\mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} > 0$  y  $dV$  es negativo.

En los campos representados las líneas de campo son perpendiculares a las superficies (líneas) equipotenciales y además  $V_1 > V_2 > V_3$  en todos los casos.