Física 2º Bachillerato **Ondas Estacionarias**

-Principio de superposición:

Si dos o más perturbaciones viajeras de ecuaciones Ψ_1 (x, t) ,Ψ_2 (x, t) coinciden en un punto del espacio en el mismo instante, la perturbación resultante en ese punto en ese instante es la suma o superposición de ambas Ψ (x,t) = Ψ_1 (x,t) + Ψ_2(x,t) continuando las perturbaciones su propagación como si no se hubieran superpuesto. A éste fenómeno se le denomina también interferencias.

Éste comportamiento de las ondas es totalmente distinto al comportamiento de las partículas, pues si dos o más partículas que se mueven coinciden en un punto del espacio en un instante su movimiento posterior se ve alterado, no así el momento lineal del conjunto de partículas que chocan.

El estudio de las interferencias de las ondas consiste en determinar el valor de Ψ (x,t) a partir de las funciones de onda Ψ_1 (x,t) y Ψ_2(x,t). Sólo suelen ser de interés las superposiciones de ondas de la misma naturaleza que además sean semejantes por provenir de un mismo foco o de focos que emiten perturbaciones que guardan algún tipo de relación, focos coherentes.

En general la superposición de dos perturbaciones viajeras da lugar a otra perturbación también viajera, si bien en el punto siguiente estudiaremos un caso en que no es así.

Ondas estacionarias.

Ecuación de las ondas estacionarias.

Vamos a estudiar la superposición de dos perturbaciones viajeras idénticas que se propagan sobre una recta en sentido contrario.

Para hacerlo más visual lo aplicaremos al caso de ondas mecánicas transversales en una cuerda fija por un extremo.

Cuando una perturbación que viaja por la cuerda llega al extremo fijo P , se refleja y vuelve al medio de procedencia otra perturbación (idéntica si no se perdió energía) que se superpone a la perturbación incidente.

Sea la perturbación armónica incidente Ψ (x,t) = $\Psi_o \cdot$ sen [2π (x /λ + t /T)]

La perturbación reflejada será Ψ' (x,t) = $\Psi_o' \cdot$ sen[2π (x /λ - t /T)+ δ]

El período y la longitud de ondas de la onda reflejada ha de ser el mismo que el de la onda incidente y también la amplitud si no hay pérdidas de energía. $\Psi_o = \Psi_o'$

La onda resultante será la superposición de ambas: Ψ (x,t) +Ψ' (x,t)

Si tomamos el punto fijo P como punto x = 0 y como no puede vibrar, la función de onda en el mismo ha de ser cero para cualquier instante. Ello implica que : $\delta = 0$

Las ondas a superponer son Ψ (x,t) = $\Psi_o \cdot$ sen { 2π (x /λ + t /T)}

Ψ' (x,t) = $\Psi_o \cdot$ sen { 2π (x /λ - t /T)}

Si utilizamos la relación trigonométrica sen A + sen B = 2· sen (A+B)/2 · cos(A-B)/2 nos resulta

$$\boxed{\Psi = 2 \cdot \Psi_0 \cdot sen\frac{2\pi \cdot x}{\lambda} \cdot \cos\frac{2\pi \cdot t}{T}}$$

Que es la ecuación de la onda estacionaria.

Observa:

- Que no es una onda viajera pues no es una función del tipo f (x - v · t)
- Que todos los puntos en que se establece una onda estacionaria vibran en fase, con una frecuencia igual a la de las ondas incidentes y reflejadas.
- Que la amplitud máxima A depende del punto siendo la misma $\boxed{A = 2 \cdot \Psi_o \,\text{sen}\, 2\pi x / \lambda}$

Nodo de una onda estacionaria: Se denomina n nodos a aquellos puntos en que la amplitud de la onda es cero en cualquier instante. Son puntos que no vibran.

Deben cumplir con que $\boxed{A = 2\cdot \Psi_o \text{sen } 2\pi x/\lambda = 0}$ lo cual implica que $2\pi x/\lambda = n \cdot 2\pi$ siendo n un número entero n = 0,1,2,3...

Por lo tanto la posición de los nodos vendrá dada por $\boxed{x = n \cdot \lambda / 2}$

Vientre de una onda estacionaria Se denominan vientres a aquellos puntos cuya amplitud máxima es mayor que la de los demás.

Como $\boxed{A = 2\cdot \Psi_o \cdot \text{sen } 2\pi x/\lambda}$ el valor máximo de la amplitud en una onda estacionaria, en un vientre, es $A = 2\Psi_0$ para lo debe cumplirse sen $2\pi x/\lambda = 1$ lo que implica $2\pi x/\lambda = (2n+1)\cdot \pi/2$

Despejando la posición de los vientres vendrá dada por $\boxed{x = (2n+1)\cdot \lambda/2}$ siendo n un nº entero.

Ondas sonoras producidas por cuerdas elásticas. **Frecuencia fundamental y armónicos.**

Bajo el punto de vista energético en una onda estacionaria todos los puntos describen m.a.s. de la misma frecuencia, en fase y de distinta amplitud por lo que la energía potencial elástica de toda la cuerda va pasando a energía cinética y viceversa.

Las partículas del aire en contacto con la cuerda se ven obligadas a vibrar con la frecuencia de vibración de la cuerda y transmiten la vibración de unas a otras dando lugar a una onda viajera de la misma frecuencia que la de la onda estacionaria. La onda viajera la podrá percibir un observador alejado de la cuerda. Esta transmisión de energía al aire hará que la onda estacionaria vaya perdiendo intensidad.

Ahora bien, ¿ Porqué al golpear la cuerda de una guitarra y producir una perturbación en la misma da lugar a una onda de unas ciertas características?

Al golpear la cuerda la deformamos y la elasticidad de la misma hace que ese punto vibre con un m.a.s. Esas vibraciones se transmiten al resto de partículas de la cuerda y se produce una onda armónica en la misma que viaja hacia ambos extremos, reflejándose en ambos, produciéndose una superposición de ondas viajeras idénticas viajando en sentido contrario lo que dará lugar a una onda estacionaria. Esta onda debe tener nodos en ambos extremos al ser puntos fijos.

Si x = 0 y x = L son los extremos de la cuerda por ser nodos se debe cumplir $\boxed{L = n \cdot \lambda / 2}$

Si relacionamos la longitud de onda con la velocidad de propagación y la frecuencia $\lambda = v / f$ y utilizando el resultado anterior $\lambda = 2\cdot L/n$ resulta: $f = v/\lambda = n \cdot v/2L$

$$\boxed{f = n \cdot \frac{v}{2 \cdot L}}$$

Frecuencias que se establecen en una cuerda

Por tanto al golpear una cuerda sólo pueden establecerse ondas que cumplan con el requisito de la ecuación anterior siendo n un número entero.

A la frecuencia que se establece cuando n =1, se la denomina frecuencia fundamental y a las ondas de frecuencia correspondiente a n =2,3,4.. se les denomina armónicos de la frecuencia fundamental. Resultan múltiplos enteros de la misma. El timbre dependerá del número e intensidades relativas de la frecuencia fundamental y de los distintos armónicos

Como la velocidad de propagación de una onda en una cuerda viene dada por la expresión: $v = \sqrt{\dfrac{T}{\sigma}}$

Utilizando este resultado las frecuencias que pueden establecerse en una cuerda vendrán dadas por la expresión

Siendo T la tensión a la que está sometida la cuerda y σ la masa de la cuerda por unidad de longitud las frecuencias que se pueden establecer en una cuerda fija por ambos extremos viene dada por:

$$\boxed{f = n \cdot \frac{\sqrt{T/\sigma}}{2 \cdot L}}$$

Observa como variando la longitud de una cuerda L, o la tensión T a que está sometida, puede modificarse la frecuencia fundamental y sustituyendo la cuerda por otra de mayor o menor densidad de masa la frecuencia fundamental también cambia.

Ondas en tubos sonoros

Al hacer vibrar un elemento en un tubo sonoro se establecen en él ondas estacionarias, de forma análoga a las cuerdas, vibra el aire del tubo, dependiendo la frecuencia fundamental que se establece de la longitud del tubo y los armónicos de si son abiertos por ambos extremos o por uno sólo.