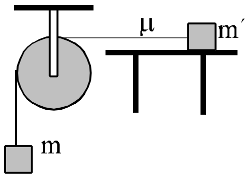
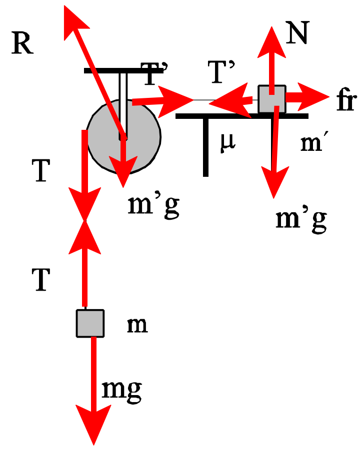
Mecánica 2º Bachillerato ***Problemas resueltos de dinámica del sólido rígido***

4. *Considera el sistema representado inicialmente en reposo.*
Si $m' = 2kg$ $\mu = 0,4$ $m_p = 2kg$ $R_p = 0,5m$ $I_{polea} = ½\cdot m\cdot R^2$ y el eje no ofrece rozamiento calcula:
a- La masa m que debemos colocar para que descienda con una aceleración de $2m/s^2$
b- Las tensiones soportadas por la cuerda en esas condiciones
c- La reacción en el eje
d- La aceleración del c.m. del conjunto.



Para resolver este tipo de problemas n primer lugar representaremos las fuerzas que actúan sobre cada uno de los elementos que conforman el sistema; en este caso la masa que cuelga que se va a trasladar, la polea que rota y la masa sobre la mesa que también se traslada.
A cada elemento le aplicaremos el 2º principio de la dinámica para un cuerpo que se traslada y o para uno que rota.
Tendremos en cuenta la relación entre las aceleraciones de las distintas partículas que se trasladan, en este caso tienen el mismo módulo y la relación entre la aceleración angular del sólido que rota y la aceleración de las partículas que se trasladan.



Sobre el cuerpo m actúan la tierra y la cuerda y se mueve con una aceleración vertical hacia abajo de valor a
Sobre la polea actúan ambas cuerdas, la tierra y la reacción en el apoyo. Su centro de masas no acelera pero lleva una aceleración angular provocada por las cuerdas y que guarda relación con a al no deslizar las cuerdas.
Sobre m' actúa una cuerda y la mesa, representada como suma de la componente normal y la tangencial(rozamiento).Se mueve con el mismo módulo de aceleración que la masa m hacia la izquierda.

Aplicamos el segundo principio de la dinámica a la traslación de las partículas y a la rotación de la polea:

$$\sum \vec{F} = m\cdot\vec{a} \qquad \sum \vec{M} = I\cdot\vec{\alpha}$$

Las ecuaciones de la traslación a las dos masas y de la rotación de la polea nos conducen al resultado.

$$m \cdot g - T = m \cdot a$$

$$R \cdot T - R \cdot T' = I \cdot \frac{a}{R}$$

$$T' - \mu \cdot m' \cdot g = m' \cdot a \qquad T' = 2 \cdot 2 + 0{,}4 \cdot 2 \cdot 10$$

$$T' = 12N$$

$$T = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0{,}5^2 \cdot \frac{2}{0{,}5} + 12 \cdot 0{,}5}{0{,}5} = 14N$$

$$m \cdot 10 - 14 = m \cdot 2 \qquad m = 17{,}5kg$$

c. Aplicando la condición de que las fuerzas en la polea suman cero por estar su c.m. en reposo resulta

$$R_x - T' = 0 \qquad R_x = 12N$$

$$R_y - m \cdot g - T = 0 \qquad R_y = 34N$$

$$\vec{R} = -12 \cdot \vec{i} - 34 \cdot \vec{j} N$$

d. Para el cálculo de la aceleración del c.m. del conjunto podemos aplicar el concepto de aceleración de centro de masas de un sistema dado que conocemos cómo se mueve cada elemento

$$\vec{a}_{c.m.} = \frac{\sum m_i \cdot \vec{a}_i}{\sum m_i} = \frac{-1{,}75 \cdot 2 \cdot \vec{j} - 2 \cdot 2 \cdot \vec{i} + 0}{1{,}75 + 2 + 2} = -0{,}70 \cdot \vec{i} - 0{,}61 \cdot \vec{j} \ m/s^2$$

Se podría calcular la aceleración del c.m. del conjunto aplicando el 2º principio al conjunto pues conocemos las fuerzas externas que actúan sobre él.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_T \cdot \vec{a}_{c.m.}$$

$$m \cdot \vec{g} + \vec{R} + m' \cdot \vec{g} + \vec{N} + \vec{f}_r = (m + m' + m_p) \cdot \vec{a}_{c.m.}$$

y llegaríamos al mismo resultado.