Física 2º Bachillerato

Problema de gravitación. Lanzamiento vertical

Desde la superficie terrestre lanzamos verticalmente hacia arriba un objeto con una rapidez de 8km/s. Prescindiendo del rozamiento con el aire calcula:

a. La altura a la que ascenderá hasta detenerse suponiendo g constante a lo largo de todo el trayecto.

b. La altura a la que ascenderá hasta detenerse sin hacer la suposición del apartado anterior.

c. Compara ambos resultados y razona si la suposición del apartado -a- es aceptable.

Datos: R_T = 6370km ; g_0= 9,8m/s^2.

Para la resolución del problema aplicaremos en ambos casos el teorema de la energía y como las fuerzas son conservativas, el principio de conservación de la energía mecánica

$$W_{f.n.c} = \Delta E_m = 0$$
$$E_{inicial} = E_{final}$$

(a) * Vamos a suponer que sube poco y g es constante

$W_{fnc} = 0 \qquad E_0 = E$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = 0 + mgh \qquad h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(8\cdot10^3)^2}{2\cdot 9,8} = 3,265\cdot10^6 m = \boxed{3265 Km}$$

(b) Resolvamos el problema sin tener en cuenta la aproximación anterior

$W_{fnc} = 0 \qquad E_0 = E$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 - G\frac{M_T\cdot\cancel{m}}{R_T} = -G\frac{M_T\cdot\cancel{m}}{(R_T+h)}$$

$$\frac{R_T\cdot v_0^2 - 2GM_T}{2R_T} = -\frac{GM_T}{(R_T+h)} \Rightarrow R_T+h = \frac{2GM_TR_T}{2GM_T - R_Tv_0^2}$$

$$h = \frac{2GM_TR_T}{2GM_T - R_Tv_0^2} - R_T = \frac{R_T^2\cdot v_0^2}{2GM_T - R_Tv_0^2} = \frac{v_0^2}{2\frac{GM_T}{R_T^2} - \frac{v_0^2}{R_T}}$$

Como $G\frac{M_T\cancel{m}}{R_T^2} = \cancel{m}g_0$

$$h = \frac{v_0^2}{2g_0 - \frac{v_0^2}{R_T}} = \frac{(8\cdot10^3)^2}{2\cdot 9,8 - \frac{(8\cdot10^3)^2}{6,37\cdot10^6}}$$

$$h = \frac{64\cdot10^6}{19,6 - \frac{64}{6,37}} = 6,7\cdot10^6 m \qquad \boxed{h = 6700 Km}$$

(c) Observa que en este caso no sirve la aproximación * porque los resultados difieren mucho.

Si comparamos g_0 y g

$$g_0 = G\,M_T/R_T^2 \qquad g = G\,M_T/(R_T+h)^2$$

Dividiendo

$$\frac{g_0}{g} = \left(\frac{R_T+h}{R_T}\right)^2$$

No son parecidas ni por cantidad para h = 6700 Km y h = 0