MECÁNICA 2º Bachillerato ***Problemas de Cinemática del Movimiento armónico***

Los problemas cuya numeración está en color ***rojo*** *están o estarán resueltos y explicados en sus correspondientes archivos de la web www.fisicageneral.es.*
Estos problemas forman parte del conjunto de problemas de Cinemática que aparecen en el apartado de Mecánica de la página web.

12. Estudio del movimiento vibratorio armónico simple.
Un móvil puntual de masa m se desplaza sobre el eje X siendo su posición en función del tiempo
$x = A\cdot \operatorname{sen}(\omega t + \delta)$ S.I. de unidades siendo
A la máxima elongación , ω la pulsación y δ la fase inicial, tres constantes características del movimiento.
a- Escribe las ecuaciones de la velocidad y la aceleración del cuerpo en función de t.
b- Determina los valores iniciales de la posición, velocidad y aceleración.
b- Determina los valores máximos de la posición, velocidad y aceleración de ese móvil.
c- Escribe la relación entre la aceleración y la posición.
d- Determina el valor de la fuerza resultante que actúa sobre ese cuerpo en función de x.
e- Explica en qué cambiarían las cosas si la ecuación de la posición fuera
$x = A\cdot \operatorname{sen}\omega t$ o bien $x = A\cdot \cos(\omega t + \delta)$
Interpreta el sentido de las constantes A y δ.
f- Determina razonadamente el mínimo tiempo necesario para que el móvil repita situación. (período).
g- Calcula la frecuencia de ese movimiento.
R: *c.* $d^2x/dt^2 = -\omega^2\cdot x$ *d.* $F = -m\cdot\omega^2\cdot x = -K\cdot x$ *f.* $T = 2\pi/\omega$ *g.* $f = \omega/2\pi$

13. Un móvil de masa 2kg describe un m.a.s. siendo su amplitud 2cm y su frecuencia de 30Hz. Si inicialmente se encontraba en x =0 moviéndose en sentido -X
a- Escribe las ecuaciones de la posición, velocidad, aceleración y fuerza en función del tiempo.
b- Escribe las ecuaciones de la aceleración y de la fuerza en función de la posición.

14. Una partícula puntual describe un m.a.s. dada por $y = 2\cdot \operatorname{sen}(t/2+\pi)$ S.I.
a. Determina la amplitud, período y frecuencia del movimiento.
b. Determina los valores de la posición, velocidad y aceleración cuando t = 5s.
R *:a. 2m; 4π s; 1/4π Hz; b. -1,2m, 0,8m/s;* $0{,}3 m/s^2$

15. Una partícula describe un m.a.s. de período 12s y fase inicial cero. Determina:
a. El tiempo empleado en que la velocidad sea la mitad de la máxima.
b. El instante en que la elongación es la mitad de la amplitud.
R*: a. 2s ; b. 1s*

16. Dos partículas puntuales describen m.a.s. de la misma amplitud y frecuencia sobre la misma trayectoria. Si se cruzan cuando pasan por el punto en que x = A/2, determina su diferencia de fase.
R: *2π/3 rad*

17. Una partícula de 2kg se ve sometida a una fuerza **F** = -10x· **i** N.
Si para t = 0 x = 2 **i** m y v=-10**i** m/s calcula:
El período del movimiento, el instante y la velocidad en que pasa por el origen la primera vez.
R: *2,81s; x = 4,9·cos (2,24t+1,15) m 0,19s; -11m/s*

18. Una partícula describe un movimiento rectilíneo de a = - 16x S.I. siendo la fase inicial de $\pi/4$ rad y la amplitud 6cm.
a- Calcula la pulsación, período y frecuencia del movimiento.
b- Escribe las ecuaciones de la posición, velocidad y aceleración de la partícula y sus valores máximos.
c-Calcula la elongación cuando la velocidad es máxima.
d- Escribe la relación entre la velocidad y la posición.
R: *a- 4 rad/s b- $x = 0{,}06\cdot \text{sen}\,(4t+\pi/4)$ m c- 0 d- $v = \omega\,(A^2 - x^2)^{1/2}$*

19. Una partícula puntual de masa m que cuelga de un hilo de longitud L se separa un ángulo ϑ_o de su posición de equilibrio y se deja oscilar.
a- Aplicando las leyes de la dinámica demuestra que para ángulos no muy grandes, en los que es válida la aproximación sen $\vartheta = \vartheta$, la partícula se mueve con una aceleración angular cuyo valor es:
$d^2 \vartheta /dt^2 = - g/L\cdot\vartheta$
b- Compara el resultado con el del problema nº12 y observa que la partícula describe un m.a.s. cuya pulsación es $\omega = (g/L)^{½}$ y su período $T = 2\pi\,(L/g)^{½}$.
c- Si la amplitud inicial (el ángulo que separamos inicialmente el péndulo de su posición de equilibrio) es ϑ_o escribe la ecuación de la posición angular del péndulo en función del tiempo.

20. Una partícula puntual se mueve en plano XY describiendo una trayectoria circular de radio R con velocidad angular ω constante y en sentido antihorario. Si en el instante inicial se encontraba sobre el eje X en el punto (R,0) escribe las ecuaciones de la posición, velocidad y aceleración de la partícula en función del tiempo.
Observa que las proyecciones del vector de posición sobre los ejes describen movimientos armónicos simples de la misma frecuencia que la correspondiente al movimiento circular y de amplitud máxima igual al radio.

21. Composición de movimientos armónicos simples perpendiculares.
Un móvil se desplaza en el plano XY siendo sus ecuaciones paramétricas en el S.I.
$x = 5\cdot \text{sen}\,4t$ $y = 5\cdot \text{sen}\,(4t +\pi/2) = 5\cdot \cos 4t$
Observa que se trata de dos m.a.s. perpendiculares desfasados en $\pi/2$ radianes.
a- Escribe las ecuaciones de los vectores velocidad y aceleración y determina sus módulos.
b- Escribe la ecuación de la trayectoria y observa que es una circunferencia de radio 5m.
c- Observa que se trata de un movimiento circular uniforme y determina su velocidad angular
Notas:
Si la amplitud máxima de ambos movimientos no fuera la misma la trayectoria sería una elipse
Si el desfase fuera distinto a $\pi/2$ la trayectoria sería diferente.
Si el desfase fuera cero resultaría $x = 5\cdot \text{sen}\,4t$ $y = 5\cdot \text{sen}\,4t$
d- Comprueba que la trayectoria es la bisectriz del primer cuadrante y la amplitud es $5\sqrt{2}$
Si el desfase fuera π resultaría $x = 5\cdot \text{sen}\,4t$ $y = 5\cdot \text{sen}\,(4t +\pi)$
e- Comprueba que la trayectoria es la bisectriz del segundo cuadrante y la amplitud es $5\sqrt{2}$
Para otros desfases resultan diferentes elipses.
Más complejo resulta el estudio de la superposición de dos m.a.s. si la pulsación de ambos es diferente. Resultan unas figuras denominadas curvas de Lissajous cuya forma depende de la relación entre las pulsaciones.