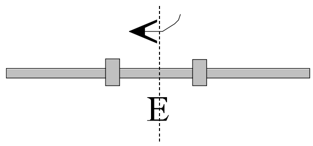
Mecánica 2º Bachillerato ***Problemas resueltos de dinámica del sólido rígido***

20.*Una barra homogénea de masa m= 60kg y longitud L= 2m gira alrededor de un eje vertical con velocidad angular ω_o = 2 rad/s con dos partículas puntuales de masas m´= 5kg colocadas a una distancia x = 0,5m del centro.*



Si por efecto de la rotación las partículas se desplazan hacia fuera de la barra, determina razonadamente la velocidad angular del conjunto cuando alcancen los extremos de la misma.
Reflexiona, haciendo un análisis energético, si por efecto del rotación las partículas irían hacia afuera.

Nos encontramos ante una situación en que si el eje no ejerce momentos la suma de momentos externos es cero por lo que el momento angular del conjunto debe permanecer constante.

$$\sum \vec{M}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{constante}$$

$$L = I_{conjunto} \cdot \omega = \left(I_v + 2 \cdot I_m\right) \cdot \omega$$

$$L_{inicial} = \left(\frac{1}{12} \cdot m_v \cdot l^2 + 2 \cdot m \cdot x^2\right) \cdot \omega = \left(\frac{1}{12} \cdot 60 \cdot 2^2 + 2 \cdot 5 \cdot 0{,}5^2\right) \cdot 2$$

$$L_{inicial} = (20 + 2{,}5) \cdot 2 = 45 kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$$

$$L_{final} = \left(\frac{1}{12} \cdot m_v \cdot l^2 + 2 \cdot m \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2\right) \cdot \omega = \left(\frac{1}{12} \cdot 60 \cdot 2^2 + 2 \cdot 5 \cdot 1^2\right) \cdot \omega$$

$$L_{final} = (20 + 10) \cdot \omega$$

$$L_{inicial} = L_{final} \qquad 45 = 30 \cdot \omega \qquad \omega = 1{,}5 s^{-1}$$

Analicemos la energía mecánica que tiene el sistema en las posiciones inicial y final.
La energía cinética de rotación en ambos casos es

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

$$E_{c_{inicial}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot m_v \cdot l^2 + 2 \cdot m \cdot x^2\right) \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot (20 + 2{,}5) \cdot 2^2 = 45 J$$

$$E_{c_{final}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot m_v \cdot l^2 + 2 \cdot m \cdot l^2\right) \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot (20 + 10) \cdot 1{,}5^2 = 33{,}75 J$$

Observamos que se ha producido una disminución de la energía cinética y por tanto de la mecánica, con lo que el proceso ha tenido lugar en el sentido de alejarse las masas del centro para disminuir la energía mecánica.