**Mecánica 2º Bachillerato** ***Problemas resueltos de mecánica del sólido rígido***

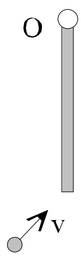
***23.*** *Una varilla de masa m=3 kg y longitud l=1,5 m se encuentra verticalmente en reposo sujeta por la articulación O que no ofrece rozamiento. Una partícula puntual de masa m=1kg que se movía con velocidad* ***v*** *= 3****i*** *+ 4****j*** *m/s chocó en el extremo de la varilla incrustándose en la misma. Razonadamente determina:*

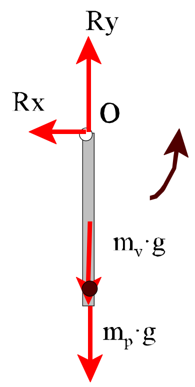
*a- La velocidad angular del conjunto después del impacto*

*b- La variación de energía mecánica por efecto del impacto.*

*c- Explica cómo calcularías el ángulo que giraría el sistema hasta detenerse.*

*d- Explica cómo cambiaría el problema si la varilla en el momento del impacto llevara una velocidad angular en sentido de las agujas del reloj o en sentido contrario*




a. En primer lugar representaremos las fuerzas externas que actúan sobre el conjunto varilla-partícula en el momento del impacto. Son las fuerzas gravitatorias y la ejercida por el eje representada como suma de dos.

Como el eje O no ejerce momento de rozamiento y el conjunto de fuerzas externas no crea momentos respecto al punto O, podemos aplicar el principio de conservación del momento angular para el conjunto varilla-partícula.

Un error común es aplicar el principio de conservación del momento lineal, que no se cumple en este caso, dado que las fuerzas en el impacto no suman cero.

$$\sum \vec{M}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \vec{L} = ct\vec{e} \qquad \vec{L}_{antes} = \vec{L}_{desp}$$

$$\vec{L}_p + 0 = \vec{L}_{p+v} \qquad \vec{L}_p = \vec{r} x m \cdot \vec{v} \qquad \vec{L}_v = I \cdot \vec{\omega}$$

Como en este caso el momento angular sólo tiene componente en la perpendicular al plano la ecuación que resulta de aplicar la conservación del momento angular es

$$(L_p + L_v)_{antes} = L_{p+v} = I_{p+v} \cdot \omega$$

$$l \cdot m_p \cdot v_x + 0 = (m_p \cdot l^2 + \frac{1}{3} \cdot m_v \cdot l^2) \cdot \omega$$

$$1{,}5 \cdot 1 \cdot 3 + 0 = \left(1 \cdot 1{,}5^2 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 1{,}5^2\right) \cdot \omega$$

$$\omega = 1 s^{-1}$$

b. Calculemos la energía cinética del conjunto antes y después para determinar la variación en el impacto.

$$\Delta E = E_{desp} - E_{antes} = \frac{1}{2} I_{p+v} \cdot \omega^2 - (\frac{1}{2} \cdot m_p \cdot v^2 + 0)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} \cdot 4{,}5 \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 = -10{,}25 J$$

Se produce una disminución de la energía mecánica en el impacto por la acción de las fuerzas del choque que aunque suman cero por ser internas, realizan trabajo que se transforma en calor.

c. Una vez han impactado el sistema se ve sometido a las fuerzas gravitatorias y a la fuerza del eje. Las primeras son conservativas y las del eje aunque no lo son no realizan trabajo( modelizamos un eje puntual por lo que no se desplazan).
Por ello a partir de ese momento la energía mecánica permanece constante.

El planteamiento sería

$$W_{f.n.c.} = \Delta E = 0$$

$$(E_c + E_p)_{inicial} = (E_c + E_p)_{final}$$

Los términos pueden calcularse como los de un conjunto o como suma de los de la varilla y la partícula tanto para la energía cinética como para la potencial gravitatoria. En este caso la energía cinética final será cero.

d. Si en el impacto la varilla estuviera girando se conservaría el momento angular, pero habría que tener en cuenta el de la varilla $I_v \cdot \omega$, ya no es cero, y tendría el mismo signo que el de la partícula si girara en sentido antihorario y signo contrario si girara en sentido horario.