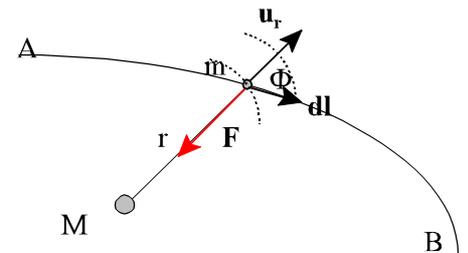


Física 2º de Bachillerato

- **La fuerza gravitatoria es conservativa.**
- **Energía potencial gravitatoria asociada a dos masas puntuales y a un conjunto.**
- **Energía potencial gravitatoria en las proximidades de la Tierra**

1. Vamos a demostrar que la fuerza gravitatoria que se ejercen dos masas puntuales que viene dada por la ley de Newton de la gravitación universal es una fuerza conservativa. Para ello comprobaremos que el trabajo realizado por la misma entre dos puntos cualesquiera no depende de la trayectoria seguida y sólo de los puntos inicial y final A y B.



Considera el esquema representado donde se muestran la fuerza **F** que ejerce la masa **M** sobre **m**, la trayectoria arbitraria para ir de A a B, el vector desplazamiento entre dos puntos próximos **dl**, y el vector unitario **ur** en ese punto, así como el ángulo Φ que forman ambos.

Cálculo del trabajo

$$W_A^B = \int_A^B -G \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot \vec{u}_r \cdot d\vec{l} = \int_A^B -G \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot dr = \left[G \frac{M \cdot m}{r} \right]_A^B = \left[G \frac{M \cdot m}{r_B} \right] - \left[G \frac{M \cdot m}{r_A} \right]$$

En el cálculo hemos utilizado que $\vec{u}_r \cdot d\vec{l} = 1 \cdot dl \cdot \cos \Phi = dr$

Como puedes comprobar en el dibujo.

2. Para resolver la integral no hemos necesitado conocer la trayectoria seguida para ir de A a B por lo que podemos concluir que la fuerza gravitatoria que se ejercen dos masas puntuales es conservativa por lo que le asignaremos una función Energía potencial gravitatoria cuyo valor será

$$-W_{fc_A}^B = \Delta E_p = (E_{p_B} - E_{p_A}) = - \left[G \frac{M \cdot m}{r_B} \right] - \left[G \frac{M \cdot m}{r_A} \right]$$

Por tanto podemos escribir que la energía potencial asociada a dos masa puntuales vendrá dada por la expresión

$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r} + cte$$

Si tomamos como $E_p = 0$ cuando las masas están suficientemente alejadas (en el infinito) la constante resulta ser cero y nos queda

$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$$

Si tenemos un conjunto de masas puntuales la energía potencial gravitatoria del conjunto será la suma de las energías potenciales gravitatorias de todas y cada una de las parejas ij que podamos formar.

$$E_p = \sum \left(-G \frac{M_i \cdot m_j}{r_{ij}} \right)$$

3. Cálculo de la diferencia de Energía potencial gravitatoria entre dos puntos próximos a la superficie terrestre

$$\Delta E_p = -G \cdot M \cdot m \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) = g_0 \cdot R_T^2 \cdot m \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) = g_0 \cdot R_T^2 \cdot m \cdot \frac{r_B - r_A}{r_B \cdot r_A} = g_0 \cdot R_T^2 \cdot m \cdot \frac{h}{R_T^2} = m \cdot g_0 \cdot h$$

$$\Delta E_p = m \cdot g_0 \cdot h$$